Додаток до листа

 відділу освіти, сім’ї, молоді, спорту,

 культури та туризму

 Стрижавської селищної ради

 Вінницького району Вінницької області

 від 16.12.2024 № 1041

**Задачі чвертьфіналу XXXIX Міжнародного Чемпіонату**

**з розв’язування логічних математичних задач**

**ПОЧАТОК ВСІХ КАТЕГОРІЙ**

**КАТЕГОРІЯ СЕ *(1 – 3 класи)***

1. **Дві дати (коефіцієнт 1).** Матіас має 12 карток (дивись малюнок). Для запису дати необхідно дві картки для запису числа, дві для запису місяця та чотири для запису року. Найпершою датою в 2025 році, яку Матіас може записати за допомогою цих карток, є 13.01.2025. **Яку найпізнішу дату 2025 року зможе записати Матіас за допомогою цих карток?**

 

1. **Точки перетину (коефіцієнт 2).** Якщо зобразити два кола та пряму на аркуші паперу, то вони можуть мати всього щонайбільше шість точок перетину. **Скільки всього щонайбільше точок перетину можуть мати два кола та дві прямі, якщо їх зобразити на аркуші паперу?**
2. **Яблучний сік (коефіцієнт 3).** Пляшка, що на половину заповнена яблучним соком, зрівноважується чотирма такими ж, але порожніми пляшками (дивись малюнок). **Скільки потрібно таких самих порожніх пляшок, щоб зрівноважити таку пляшку, яка повністю наповнена таким самим яблучним соком?**



1. **Акваріум (коефіцієнт 4).** В акваріумі живе декілька восьминогів (у кожного з них 8 кінцівок) та декілька морських зірок (у кожної з них 5 кінцівок). Інших мешканців у цьому акваріумі немає. Виявилося, що загальна кідькість кінцівок дорівнює 41**. Скільки морських зірок живе в цьому акваріумі?**
2. **Лабітинт (коефіцієнт 5).** Кімнати лабіринту мають номери від 0 до 15 (дивись малюнок). Відомо, що буде лунати дзвінок, якщо переходити через двері з кімнати до кімнати так, що не виконується якась одна з двох вимог:
* Номер наступної кімнати дорівнює сумі номера попередньої кімнати й числа 3;
* Номер наступної кімнати дорівнює різниці номера попередньої кімнати й числа 13.

 Старт руху по лабіринту – кімната з номером 0. Виходять з лабіринту

 через кімнату з номером 1. **Скільки кімнат, враховуючи кімнати з**

 **номерами 0 та 1, було пройдено за умови, що дзвінок жодного разу**

 **не лунав?**

 

**ЗАКІНЧЕННЯ КАТЕГОРІЇ СЕ *(1 – 3 класи)***

1. **Четверо друзів (коефіцієнт 6).** Анабель, Бертран, Кларіс і Дам’єн – четверо друзів, що обирають свої майбутні професії: археолог, бухгалтер, кардіолог, дантист. Відомо, що Бертран мріє бути дантистом. Серед цих чотирьох друзів лише в одного перша буква імені та перша буква назви професії співпадають, але це точно не Анабель. Крім того відомо, що Анабель не хоче працювати в медичній сфері. **Про які професії мріють відповідно Анабель та Дам’єн?**
2. **Поєднання коробок (коефіцієнт 7).** Пронумеруйте коробки числами 1,2,3,4,5,7 (дивись малюнок) так, щоб для будь яких трьох сусідніх коробок один із номерів дорівнював сумі двох інших і щоб номер першої з цих шести коробок був меншим від номера останньої серед них (читаючи з ліва на право).



1. **Дата гри (коефіцієнт 8).** У даній криптограмі (дивись малюнок) різні букви позначають різні цифри, а однакові букви – однакові цифри. Відомо, що жоден із доданків не починається цифрою 0. **Знайдіть доданок LA**.



**ЗАКІНЧЕННЯ КАТЕГОРІЇ СМ *(4 – 5 класи)***

1. **Планета Математика** **(коефіцієнт 9).** Доба на планеті Математика, на відміну від планети Земля, триває не 24 години. На циферблаті годинника матсіанина, так як і на циферблаті годинника землянина, позначки чисел розміщені по колу (в напрямку за годинниковою стрілкою) і відстані по колу між усіма парами сусідніх позначок є однаковими. Відомо, що на циферблаті годинника матсіанина відстань по колу між позначками 1 та 9 (за годинниковою стрілкою) дорівнює відстані по колу між позначками 10 й 2 (також за годинниковою стрілкою). На циферблаті годинника землянина зображено 12 позначок. **Скільки позначок зображено на циферблаті годинника матсіанина?**
2. **Сума суми та добутку (коефіцієнт 10).** Серед натуральних чисел є такі, які мають властивість: число дорівнює сумі суми усіх своїх цифр та добутку всіх своїх цифр. Наприклад : $59=\left(5+9\right)+\left(5×9\right)=59$. **Скільки всього двоцифрових натуральних чисел мають таку властивість?**
3. **Три квадрати (коефіцієнт 11).** Матіас зобразив три квадрати, довжини сторін кожного з яких дорівнюють цілому числу $см$. Відомо, що два з цих квадратів однакові і сума площ усіх трьх квадратів дорівнює $2025см^{2}$. **Знайдіть довжину сторони найменшого з квадратів (або одного з двох менших квадратів, якщо вони однакові). Відповідь запишіть у** $см$**.**

**ЗАКІНЧЕННЯ КАТЕГОРІЇ С1 *(6 –7 класи)***

1. **Середнє арифметичне (коефіцієнт 12).** У послідовності натуральних чисел $25, A, B, 250, C, …$ кожне число, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному між попереднім та наступним**. Знайдіть число** $C$**.**
2. **Конкурсні бали (коефіцієнт 13).** Завдання конкурсу складається з 18 задач, номери яких починаються з 1 і закінчуються номером 18. Кожне завдання оцінюєся так: 1 бал (якщо розв’язання вірне) або 0 балів (якщо розв’язання невірне). Для кожного учасника конкурсу спочатку підраховують *початковий бал*, що дорівнює кількості правильно розв’язаних задач. *Наступний бал* обчислюється як сума номерів правильно розв’язаних задач (так звана сума коефіцієнтів). Цей бал використовується для розподілу місць у турнірнірній таблиці лише серед учасників, які правильно розв’язали однакову кількість задач. У цьому випадку кращий результат вважається в того, в кого сума коефіцієнтів більша. На останніх таких змаганнях не було таких учасників, які мали б одночасно однаковий і *початковий бал* і *наступний бал*. **Яка щонайбільша кількість учасників могла бути на цих змаганнях?**
3. **Можливість отримання числа 2025 (коефіцієнт 14).** Будуємо послідовність натуральних чисел у такий спосіб: до числа додається подвоєна сума його цифр. Напиклад, якщо маємо число 1000, то у вказаний спосіб матимемо таку послідовність чисел:

$$1002=1000+2\left(1+0+0+0\right),$$

$$1008=1002+2\left(1+0+0+2\right),$$

 $1026=1008+2\left(1+0+0+8\right), $і т.д.

**Скільки існує натуральних чисел, менших від 2025, починаючи з яких, можна отримати число 2025 у вище вказаний спосіб?**

**ЗАКІНЧЕННЯ КАТЕГОРІЇ С2 *(8 –9 класи)***

1. **Коробки і кулі (коефіцієнт 15).** Кожен з двох гравців має дві коробки білу та чорну. В кожній коробці є лише дві кулі, причому, в білих коробках лише чорні кулі, а в чорних коробках лише білі кулі. Гравці впродовж гри виконують свої ходи одночасно. *Перший* гравец кожним своїм ходом бере навмання по одній кулі зі своїх обох коробок і міняє кулі місцями. *Другий* гравець впродовж кожного свого ходу бере навмання одну кулю зі своєї білої коробки й перекладає її в чорну коробку, а потім навмання бере одну кулю зі своєї чорної коробки і перекладає її в свою білу коробку. Виграє той із цих двох гравців, хто дотримуючись вище вказаних правил гри, першим збере в своїй білій коробці дві білі кулі. Якщо така подія відбудеться одночасно в обох гравців, то вважається, що виграли обоє. **Яка ймовірність того, що виграє *перший* гравець?** Числову відповідь запишіть у вигляді нескоротного дробу.
2. **Сіонський куб (коефіцієнт 16).** У минулому столітті археологиня знайшла куб, якому 3000 років. Як з’ясувалося, цей куб свого часу був виготовлений із 27 маленьких дерев’яних однакових кубиків, кожна грань яких була пофарбована відповідно в один із кольорів: червоний (R), синій (B), зелений (V), чорний (N), коричневий (M), помаранчевий (O). На жаль, у ході пожежі куб згорів, але, на щастя, залишилися три фотографії цього куба. Фотографіям понад 100 років, тому зрозуміло, що вони втратили свою якість і розпізнати кольори деяких квадратиків неможливо (дивись три фотографії на малюнку). Онук археологині прагне відновити забраження втрачених кольорів квадратиків на фотографіях. **Допоможіть йому це зробити, вписавши відповідні букви (позначення кольорів) у всі порожні квадратики на малюнку.**

 

**ЗАКІНЧЕННЯ КАТЕГОРІЇ L1 *(10 –11 класи)***

1. **Індивідуальні скриньки (коефіцієнт 17).**  Двадцять учасників математичного чемпіонату зайшли до аудиторії, в якій є двадцять закритих індивідуальних скриньок, розташованих у ряд і пронумерованих числами від 1 до 20. Студенти почергово здійснили такі дії. Перший студент відкрив усі двадцять скриньок. Другий студент закрив усі скриньки з номерами 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20. Третій студент виконав із скриньками, що мають номери 3,6,9,12,15,18, такі дії: відкриті скриньки закрив, а закриті - відкрив. Далі, почергово, кожен *i-й* студент зробив зі скриньками, номери яких кратні до його номера, те саме: відкриті скриньки закрив, а закриті - відкрив. **Скільки скриньок будуть відкритими після того, як усі двадцять студентів виконають вище вказані дії?**
2. **Галявина в парку** **(коефіцієнт 18).**  Три прямолінійні алеї досить великого парку перетинаються й обрамлюють галявину, форма якої - рівносторонній трикутник. Деяке дерево цього парку росте відповідно на відстанях 2 км, 3 км та 6 км від цих алей. Знайдіть довжину сторони вище вказаного трикутника, якщо його площа менша від 14 $км^{2}$. Якщо потрібно, візьміть $\sqrt{2}≈1$,414; $\sqrt{3 }$ $≈ 1,732$. Відповідь округліть до сотих км. **Зауважимо, що в ході розв’язання шириною кожної алеї потрібно знехтувати, а дерево вважати геометричною точкою.**

  **ЗАКІНЧЕННЯ ВСІХ КАТЕГОРІЙ**